

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۷

جمعه ۱۴۰۱/۱۲/۱۹



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳



ریاضی (۱)

۱- نمودار تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 5$ در بازه (a, b) بالاتر از خط $y = 2/5$ قرار دارد. کمترین مقدار (ab) کدام است؟

- (۱) ۱۰- (۲) -۴ (۳) -۵ (۴) صفر

۲- اگر عبارت $p(x) = 2tx^2 + (2+t^2)x + t$ به ازای همه مقادیر x نامنفی باشد، t چند مقدار مختلف اختیار می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۳- مجموعه جواب نامعادله $\frac{-x^2+x}{x^3-1} < 1$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۴- مجموعه جواب نامعادله‌های $\frac{x+1}{2-x} > 0$ و $|2x-m| < n$ با هم برابر است. حاصل $(m^2 + n^2)$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۵- مجموعه همه x هایی که $|x| < \frac{1}{4}x + |x-2| \leq 3$ باشد، کدام است؟

- (۱) $[-6, -1]$ (۲) $(2, 5]$ (۳) $[-1, 2]$ (۴) چنین x ای وجود ندارد.

۶- کدام نقطه در نامساوی $|\frac{x+2}{1-2x}| > 1$ صدق می‌کند؟

- (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $1 - \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3} - \sqrt{5}$

۷- اگر نمودار ون مقابل مربوط به یک تابع باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) صفر یا ۱ یا -۱

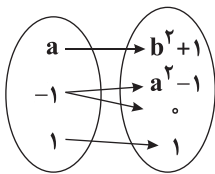
- (۲) صفر یا ۱

- (۳) ۱ یا -۱

- (۴) صفر

۸- با حذف حداقل چند نقطه از رابطه $\{(1, 1), (2, 2), (4, 1), (1, 4), (2, 4), (2, 1)\}$ ، رابطه حاصل یک تابع می‌شود؟

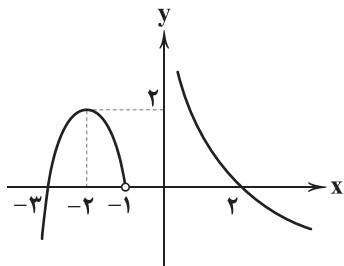
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





-۹ چه تعداد از روابط زیر تابع است؟

- (الف) $xy=1$ (۱) ۱
 (ب) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$ (۲) ۲
 (ج) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ (۳) ۳
 (د) $|x| + |y| = 1$ (۴) ۴
 (ه) $y^2 = 2y - x^2$ (۵) ۵

-۱۰ اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه $g(x) = \sqrt{xf(x)}$ کدام است؟

- (۱) $[-3, -1] \cup [0, 2]$
 (۲) $(0, 2]$
 (۳) $(-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$
 (۴) $(-\infty, -3] \cup (0, 2]$

-۱۱ اگر برد تابع $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ برابر با بازه $[3, 6]$ باشد، دامنه آن کدام است؟

- (۱) $(-\frac{3}{4}, 0]$ (۲) $(-\infty, -1)$ (۳) $(-\frac{3}{4}, +\infty)$ (۴) $(-1, -\frac{3}{4})$

-۱۲ برد تابع $y = 1 - \frac{x}{|x|}$ کدام است؟

- (۱) $[0, 2]$ (۲) $\{0, 2\}$ (۳) $\{0\}$ (۴) $\{2\}$

-۱۳ اگر $f(x) = 2x(1-x)$ باشد، حاصل $f(x+1) - f(x-1)$ کدام است؟

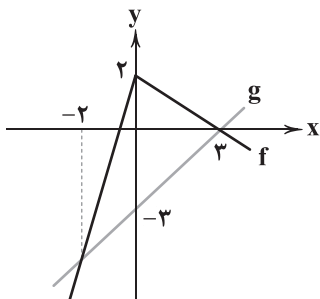
- (۱) $-4x^2 - 4x + 4$ (۲) $-8x + 4$ (۳) $-8x - 4$ (۴) $-4x^2 + 4x - 4$

-۱۴ اگر $f(x-2) = x^2 + 5x - 6$ باشد، $f(1-x)$ کدام است؟

- (۱) $x^2 - x + 18$ (۲) $x^2 - 9x + 18$ (۳) $x^2 - 3x + 18$ (۴) $x^2 - 11x + 18$

-۱۵ اگر نمودار توابع $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$ و $g(x) = x^2 + nx + 2$ یکدیگر را در نقطه $(2, -1)$ قطع کنند، حاصل $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $2/5$ (۳) $1/5$ (۴) ۲

-۱۶ با توجه به نمودار توابع f و g در شکل زیر، حاصل $f(-1) - g(-2)$ کدام است؟

- (۱) $5/5$ (۲) $3/5$ (۳) ۵ (۴) ۳

محل انجام محاسبات



۱۷- ۲ لیتر آب روی شعله گاز در حال جوشیدن است. اگر در هر دقیقه 50° سی‌سی از آن بخار شود، پس از چند ساعت دیگر آبی در ظرف نخواهد بود؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۱۸- اگر f تابع خطی باشد، به طوری که $f(0)=1$ و $f(x-2)+f(x+2)=3$ باشد، مقدار $f(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۹- اگر مساحت بین نمودار تابع خطی $f(x)=2x+k$ و محورهای مختصات در ربع دوم برابر با ۶ باشد، محل تلاقی نمودار f و محور x ها کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{6}$ (۲) $-\sqrt{6}$ (۳) $-2\sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{6}$

۲۰- اگر دامنه و برد تابع خطی f به ترتیب برابر با $[-1, 4]$ و $[\frac{1}{3}, 3]$ باشد، $f(0)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

هندسه (۱)

۲۱- برای آن که دو قطر یک چهارضلعی یک‌دیگر را نصف کنند، لازم است این چهارضلعی یک باشد.

- (۱) مربع (۲) مستطیل (۳) متوازی‌الاضلاع (۴) دوزنقه

۲۲- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) چهارضلعی که دو قطر مساوی دارد، یک مستطیل است.

(۲) مربع لوزی است که قطرهاش نیمساز زوایا است.

(۳) هر چهارضلعی که قطرهاش برهم عمود باشند، مربع است.

(۴) هر متوازی‌الاضلاعی که قطرهاش عمودمنصف هم باشند، لوزی است.

۲۳- مجموع تعداد اضلاع و قطرهای یک n ضلعی، نصف تعداد قطرهای یک $(2n-2)$ ضلعی می‌باشد. n کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

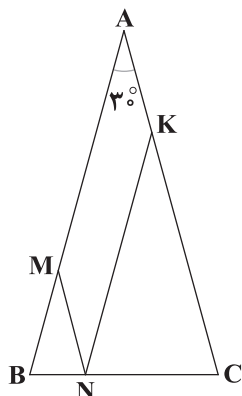
۲۴- در پنج‌ضلعی $ABCDE$ ، قطرهای BE و AD یک‌دیگر را در نقطه O قطع می‌کنند. نوع چهارضلعی $OBCD$ کدام است؟

- (۱) دوزنقه (۲) مربع (۳) لوزی (۴) مستطیل

محل انجام محاسبات



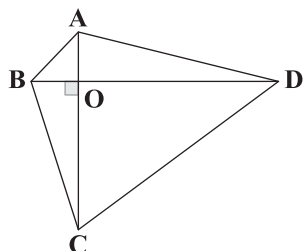
۲۵- در شکل مقابل $\triangle ABC$ متساوی الساقین و زاویه رأس آن 30° است. اگر محیط و مساحت متوازی الاضلاع



AMNK به ترتیب ۲۲ و ۱۲ باشد، مساحت $\triangle KNC$ چقدر است؟

- (۱) ۲۴
(۲) ۱۲
(۳) ۱۶
(۴) ۳۶

۲۶- در شکل زیر، قطرهای چهارضلعی به مساحت 30 برهم عمودند. اگر $BD=10$ و مساحت $\triangle ABD$ ، ربع مساحت چهارضلعی باشد، اختلاف



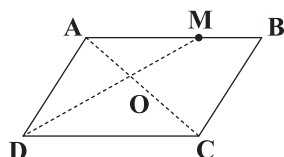
طول پاره‌های OA و OC چقدر است؟

- (۱) $3/5$
(۲) ۲
(۳) $4/5$
(۴) ۳

۲۷- در $\triangle ABC$ ، نقاط M، N و P پای میانه‌های مثلث است. اگر مساحت مثلث MNP برابر با ۲ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۸
(۳) ۴
(۴) ۱۰

۲۸- در متوازی الاضلاع ABCD نقطه M روی ضلع AB به دلخواه انتخاب شده است. اگر O محل تلاقی DM و قطر AC باشد، کدام گزینه



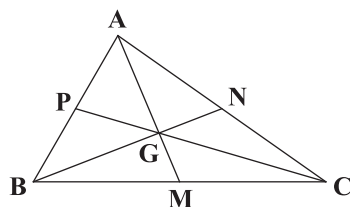
همواره صحیح است؟

- (۱) $OA = OM$
(۲) $OC = OD$
(۳) $S_{\triangle AMC} = S_{\triangle MCD}$
(۴) $S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OMC}$

۲۹- نقطه M درون مثلث متساوی الاضلاعی به مساحت $6\sqrt{3}$ قرار دارد. مجموع فواصل نقطه M از سه ضلع مثلث چقدر است؟

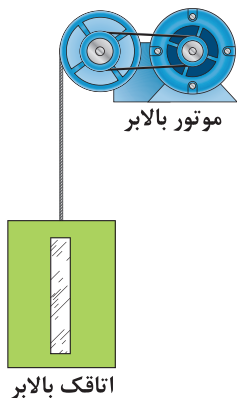
- (۱) $3\sqrt{2}$
(۲) ۳
(۳) $2\sqrt{3}$
(۴) نمی‌توان مشخص کرد.

۳۰- در شکل زیر، G محل تلاقی میانه‌های مثلث است. اگر مساحت چهارضلعی APGN برابر با ۱۲ باشد، مساحت مثلث ABC چقدر است؟



- (۱) ۴۸
(۲) ۲۴
(۳) ۳۶
(۴) ۱۸

محل انجام محاسبات



۳۵- جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن 400 kg می‌باشد (مطابق شکل مقابل). اگر توان متوسط موتور این بالابر برابر با 3 kW باشد، چند ثانیه طول می‌کشد تا این بالابر را از طبقه همکف به طبقه سوم در ارتفاع 9 m برود؟

($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از نیروهای اتلافی صرف‌نظر کنید.)

۱۱/۲ (۱)

۳۶ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)

۳۶- پمپی با توان 4 kW و بازده 85% درصد داریم. این پمپ آب را از عمق 6 m چاهی بالا آورده و با تندی $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به مخزنی در ارتفاع 4 متری

سطح زمین می‌ریزد. اگر حجم مخزن 5 m^3 و خالی باشد، چند ثانیه طول می‌کشد تا این مخزن به طور کامل پر از آب شود؟

($\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و از نیروهای اتلافی صرف‌نظر کنید.)

۱۵ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۷ (۲)

۱۳ (۱)

۳۷- دمای جسمی 68°F است. دمای این جسم در مقیاس سلسیوس چند درصد افزایش یابد تا دمای آن به 158°F برسد؟

۵۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۶۲ (۲)

۲۵۰ (۱)

۳۸- رابطه دماسنج مجهولی با دماسنجی در مقیاس فارنهایت به صورت $F = \frac{X}{4} + 22$ است. اگر دمای جسمی در مقیاس دماسنج مجهول 36

درجه افزایش یابد، دمای آن چند کلوین افزایش می‌یابد؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)

۳۹- دو میله فلزی هم‌دمای A و B با اختلاف طول 1 cm داریم. اگر طول میله B در این دما برابر با 56 cm باشد، دمای این دو میله را تقریباً

چند کلوین افزایش دهیم تا طول آن‌ها برابر شود؟ ($\alpha_A = 4 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ، $\alpha_B = 5 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

۱۱۷ (۴)

۵۵ (۳)

۵۲ (۲)

۴۰ (۱)

۴۰- اگر مقدار معینی گرما را به یک ورقه فلزی دایره‌ای شکل بدهیم، مساحت آن 2% درصد افزایش می‌یابد. در این صورت شعاع آن چند درصد

افزایش می‌یابد؟

۰/۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۱۰ (۱)

۴۱- شعاع یک کره فلزی توپر 10 cm می‌باشد و در اثر افزایش دما 2 mm افزایش می‌یابد. در این صورت چگالی آن تقریباً چند درصد و چگونه

تغییر می‌کند؟

۶- کاهش (۴)

۶- افزایش (۳)

۴- کاهش (۲)

۴- افزایش (۱)

محل انجام محاسبات



۴۲- ظرفی توسط ۱ لیتر جیوه به طور کامل پر شده است. اگر دمای ظرف جیوه 8°C افزایش یابد، 162g جیوه از آن بیرون می‌ریزد. در این

صورت افزایش حجم ظرف چند برابر افزایش حجم جیوه می‌باشد؟ ($\beta_{\text{جیوه}} = 1/8 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۵

۴۳- یک مکعب توپر فلزی به ضلع a داریم. اگر دمای آن را به اندازه $\Delta\theta$ افزایش دهیم، افزایش مساحت سطح جانبی آن برابر کدام گزینه می‌باشد؟ (α ضریب انبساط طولی فلز می‌باشد).

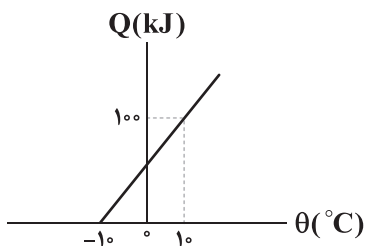
- (۱) $2a^2\alpha\Delta\theta$ (۲) $8a^2\alpha\Delta\theta$ (۳) $12a^2\alpha\Delta\theta$ (۴) $6a^2\alpha\Delta\theta$

۴۴- گلوله‌ای فلزی به جرم m_1 و دمای 10°C را درون آبی به جرم m_2 و دمای صفر درجه سلسیوس می‌اندازیم. اگر مجموع جرم آب و گلوله 12kg و اندازه تغییرات دمای گلوله تا رسیدن به دمای تعادل، ۴ برابر اندازه تغییرات دمای آب باشد، جرم گلوله چند کیلوگرم بوده

است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ ، $c_{\text{فلز}} = 525 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و از اتلاف گرما صرف نظر کنید).

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۶

۴۵- نمودار تغییرات دمای جسمی به جرم m برحسب گرمای داده شده به آن، مطابق شکل زیر است. چند ژول گرما لازم است تا دمای این جسم



از 10°C به 12°C برسد؟

- (۱) 12×10^3 (۲) 5×10^3 (۳) 10^4 (۴) 2×10^3

۴۶- 4kg آب درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $8200 \frac{\text{J}}{\text{C}}$ قرار دارد. اگر به وسیله گرمکنی به این گرماسنج گرما دهیم، هشت دقیقه طول می‌کشد تا

دمای آب و گرماسنج 12°C افزایش یابد. توان این گرمکن چند وات است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}$ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۶۲۵ (۳) ۵۰۰ (۴) ۷۰۰

۴۷- قطعه فلزی با دمای 4°C را درون 400g آب با دمای 6°C می‌اندازیم. اگر دمای تعادل 48°C شود، ظرفیت گرمایی فلز چند واحد SI

است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}$ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

- (۱) ۲۵۲۰ (۲) ۲۵۶۰ (۳) ۲۵۸۰ (۴) ۲۶۰۰



۴۸- گلوله‌ای فلزی به جرم 1 kg و دمای 100°C داریم. اگر این گلوله را درون 2 kg از مایع A با دمای 10°C بیندازیم، دمای تعادل 20°C می‌شود و اگر این گلوله را درون 1 kg از مایع B با دمای 10°C بیندازیم، دمای تعادل 40°C می‌شود. حال اگر 4 kg از مایع A با دمای 60°C را با 2 kg از مایع B با دمای 20°C مخلوط کنیم، دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ (از اتلاف گرما صرف نظر کنید.)

۵۲ (۴)

۴۲ (۳)

۳۲ (۲)

۲۲ (۱)

۴۹- ۲ دقیقه طول می‌کشد تا یک گرمکن الکتریکی با مصرف 84 kJ انرژی الکتریکی، دمای 200 g آب را از 20°C به 100°C برساند. بازده این

گرمکن چند درصد می‌باشد؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.)

۸۰ (۴)

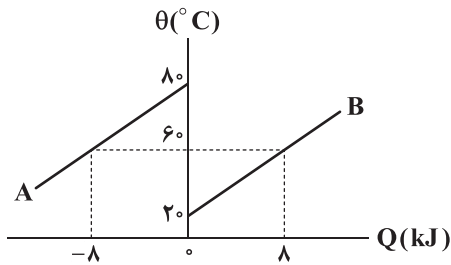
۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

۵۰- نمودار تغییرات دمای دو جسم A و B بر حسب گرمای گرفته شده یا داده شده به آن‌ها، مطابق شکل زیر است. نسبت ظرفیت گرمایی جسم A

به ظرفیت گرمایی جسم B برابر کدام گزینه است؟ ($m_B = 6\text{ kg}$ و $m_A = 2\text{ kg}$)



۲ (۱)

 $\frac{1}{2}$ (۲)

۶ (۳)

 $\frac{1}{6}$ (۴)



۵۱- کدامیک از عبارتهای داده شده، جمله زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«سوخت‌های سبز سوخت‌های فسیلی»

(آ) همانند - گازهای گلخانه‌ای تولید می‌کنند.

(ب) برخلاف - به وسیله جانداران ذره‌بینی به اتم‌های سازنده تجزیه می‌شوند.

(پ) همانند - در ساختار خود کربن دارند.

(ت) همانند - در جهت اهداف توسعه پایدار نیستند.

(۱) «پ» و «ت» (۲) «آ» و «ب» (۳) «آ» و «پ» (۴) «ب» و «پ»

۵۲- چه تعداد از مطالب زیر جمله داده شده را به درستی تکمیل می‌کنند؟

«گاز را می‌توان تهیه کرد.»

(آ) اوزون - از واکنش اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن با گاز اکسیژن در تروپوسفر

(ب) آمونیاک - در حضور کاتالیزگر یا جرقه در مخلوط نیتروژن و هیدروژن

(پ) سمی کربن مونوکسید - از سوختن گاز شهری در مقدار کافی اکسیژن

(ت) نیتروژن مونوکسید - در دمای بالا یا با جرقه در مخلوط نیتروژن و اکسیژن

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۳- با این‌که اما

(۱) قیمت تمام شده پلاستیک‌های سبز بسیار کم است - منابع تهیه آن‌ها محدود است.

(۲) نیتروژن واکنش‌پذیری زیادی دارد - حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه با هیدروژن در دمای اتاق واکنش نمی‌دهد.

(۳) اکسیژن واکنش‌پذیری زیادی دارد - حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه با هیدروژن واکنش نمی‌دهد.

(۴) تولید، حمل‌ونقل و نگهداری هیدروژن پر هزینه است - تولید آن، صرفه اقتصادی دارد.

۵۴- چه تعداد از عبارتهای داده شده، جمله زیر را از نگاه علمی به درستی تکمیل می‌کنند؟

«گازها مایعات،»

(آ) همانند - شکل معینی ندارند.

(ب) برخلاف - حجم معینی ندارند.

(پ) همانند - تابع شکل ظرف هستند.

(ت) برخلاف - تراکم‌پذیر هستند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۵۵- یک مول از هر یک از گازهای زیر را در اختیار داریم. ترتیب درست مقایسه شمار اتم‌های نمونه‌ها در کدام گزینه آمده است؟

(آ) گازی که برای پر کردن و تنظیم باد تایر خودروها به جای هوا استفاده می‌شود.

(ب) گازی که در صنعت برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

(پ) گازی که در فرایند هابر در دمای 232K به صورت مایع جدا می‌شود.

(ت) گازی که عامل رنگ قهوه‌ای آلوده کلان‌شهرهاست.

(۱) $t = p < b < a$ (۲) $p < b = t < a$ (۳) $t < b < a = p$ (۴) $p < t < b < a$

۵۶- چه تعداد از نمودارهای زیر صعودی است؟ (سایر متغیرها را ثابت فرض کنید).

• حجم برحسب فشار (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
• فشار برحسب دما (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
• مول برحسب دما (۳) ۳ (۴) ۴
• حجم برحسب مول (۴) ۴

۵۷- بدن انسان در طول شبانه‌روز به طور میانگین گرم گلوکز مصرف می‌کند و برای مصرف این مقدار گلوکز در شرایط STP لیتر

گاز اکسیژن لازم است. ($O=16, C=12, H=1: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $175 - 250$ (۲) $336 - 250$ (۳) $448 - 450$ (۴) $336 - 450$

۵۸- کدام یک از عبارتهای زیر درست‌اند؟ ($O=16, C=12, N=14: \text{g.mol}^{-1}$)

(آ) در شرایطی که حجم مولی گازها $22/4\text{L}$ است، دما 273K و فشار 1atm است.

(ب) در دما و فشار یکسان، جرم‌های برابر از کربن مونوکسید و نیتروژن، حجم و تعداد اتم برابر دارند.

(پ) در هر فرد بالغ به‌طور میانگین ۶ لیتر اکسیژن در هر دقیقه وارد ریه‌ها می‌شود.

(ت) بدون دانستن دما و فشار، نمی‌توان حجم یک گاز را مشخص کرد.

(۱) «آ» و «پ» (۲) «آ» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۵۹- در شرایطی که هر گرم گاز اکسیژن 400cm^3 حجم دارد، 500 مول گاز نیتروژن چند متر مکعب حجم دارد؟ ($N=14, O=16: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۴ (۲) ۶۴ (۳) ۴۰ (۴) ۶/۴

۶۰- یک گرم از کدام یک از گازهای حاصل از عناصر زیر در دما و فشار اتاق، حجم کم‌تری را اشغال می‌کند؟

(۱) فراوان‌ترین عنصر موجود در هوا کره (۲) فراوان‌ترین عنصر جهان

(۳) دومین عنصر فراوان سیاره مشتری (۴) دومین عنصر فراوان کره زمین



۶۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- مواد با ساختارهای مشابه، خواص شیمیایی مشابهی نیز دارند.
- با وجود لایه اوزون، بخش عمده پرتوهای فرابنفش به زمین می‌رسند.
- در گلخانه‌ها در تمام فصول سال، فراورده‌های کشاورزی کشت می‌شود.
- با وجود لایه پلاستیک شفاف در ظهر یک روز زمستانی، دمای درون گلخانه بالاتر از بیرون آن است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۲- در سیلندری با پیستون متحرک، اگر دمای گاز را برحسب کلونین ۲ برابر کنیم، چند مورد از تغییرات زیر رخ می‌دهد؟

• حجم آن ۲۰۰٪ افزایش می‌یابد.

• فشار آن دو برابر می‌شود.

• مول گازها نصف می‌شود.

۱ (۱) صفر ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۶۳- درصد جرمی عنصر M در اکسیدهای M_2O_3 و MO به ترتیب ۷۰٪ و ۷۷/۷۷٪ است. نسبت جرم مولی M_2O_3 به MO به تقریب کدام است؟

۱ (۱) ۲/۲۲ ۲ (۲) ۱/۵۵ ۳ (۳) ۲/۸۵ ۴ (۴) ۱/۸۳

۶۴- از واکنش جرم‌های برابر از کدام یک از فلزات زیر با HCl در شرایط یکسان، گاز هیدروژن بیشتری تولید می‌شود؟ (در این واکنش، علاوه بر

گاز هیدروژن، کلرید فلز نیز تولید می‌شود.)

۱ (۱) $^{24}_{12}\text{Mg}$ ۲ (۲) $^{27}_{13}\text{Al}$ ۳ (۳) $^{23}_{11}\text{Na}$ ۴ (۴) $^{40}_{20}\text{Ca}$

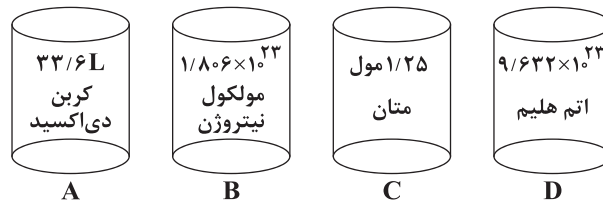
۶۵- ۴ ظرف حاوی گازهای مختلف با حجم ثابت و دمای برابر در اختیار داریم. چه تعداد از مقایسه‌های زیر در مورد آن‌ها درست است؟

(آ) جرم: $B < C$ ($O=16, N=14, C=12, He=4, H=1; \text{g.mol}^{-1}$)

(ب) شمار اتم‌ها: $A < C$

(پ) فشار: $C < D$

(ت) جرم فراورده‌های حاصل از سوختن کامل گاز ظرف C < مجموع جرم گازهای سه ظرف دیگر



۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۶۶- ۱۱۰ گرم گاز پروپان به صورت جداگانه یکبار به صورت ناقص و یکبار به صورت کامل سوزانده می‌شود. تفاوت حجم گاز اکسیژن مصرفی در شرایط

STP برحسب لیتر و مجموع جرم آب تولید شده در دو واکنش برحسب گرم به ترتیب کدام است؟ ($O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۲۲۴ - ۸۴ (۲) ۳۶۰ - ۸۴ (۳) ۲۲۴ - ۵۶ (۴) ۳۶۰ - ۵۶

۶۷- از واکنش سوختن کامل ۴۰ گرم گاز متان در لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP، $2/5$ مول گاز کربن دی‌اکسید و مولکول بخار

آب تولید می‌شود. ($O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1}$)

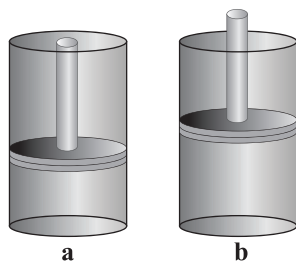
- (۱) ۱۱۲ - $3/0 \times 10^{24}$ (۲) $1/505 \times 10^{24}$ - ۵۶ (۳) $1/505 \times 10^{24}$ - ۱۱۲ (۴) $3/0 \times 10^{24}$ - ۵۶

۶۸- یک نمونه مخلوط شامل ۱۶ گرم از گازهای پروپان (C_3H_8) و پنتان (C_5H_{12}) در شرایط STP به طور کامل می‌سوزد. اگر در پایان

واکنش $1/1$ مول کربن دی‌اکسید جمع‌آوری شود، در مجموع دو واکنش چند لیتر اکسیژن مصرف شده است؟ ($C=12, H=1: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۳۲/۴ (۲) ۴۰/۳۲ (۳) ۱۷/۹۲ (۴) ۳۵/۸۴

۶۹- در یک سیلندر با پیستون روان، چه تعداد از موارد زیر منجر به تغییر وضعیت سیلندر از حالت a به b می‌شود؟ (در هر کدام از سیلندرها



مقداری گاز وجود دارد.)

• افزایش شمار ذره‌های گاز

• افزایش دمای گاز

• افزایش شمار وزنه‌های پیستون

• تجزیه گاز آمونیاک به عنصرهای سازنده

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۰- شمار اتم‌ها در $2/5$ مول گاز متان با شمار مولکول‌ها در یک نمونه گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP برابر است. حجم نمونه

کربن دی‌اکسید به تقریب چند لیتر است؟

- (۱) ۱۱۲ (۲) ۲۲۴ (۳) ۱۴۰ (۴) ۲۸۰

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۷

جمعه ۱۴۰۱/۱۲/۱۹



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درسی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳

آزمون‌های سراسر گاج

ویراستاران علمی	طراحان	دروس	ریاضیات
مریم ولی عابدینی - مینا نظری مینا مقدسی	ندا فرهختی	ریاضی ۱ هندسه ۱	
مروارید شاه‌حسینی علی رئوفی	احمد رضازادگان قطب آبادی	فیزیک	
ایمان زارعی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	شیمی	



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجیبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



۱ ۴

$$\frac{x+1}{2-x} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < x < 2 \quad (1)$$

	-1	2	
$\frac{x+1}{2-x}$	-	+	+
$\frac{x+1}{2-x}$	+	+	-
$\frac{x+1}{2-x}$	-	+	-

تن

$$|2x-m| < n \Rightarrow -n < 2x-m < n \xrightarrow{+m} m-n < 2x < m+n$$

$$\xrightarrow{\div 2} \frac{m-n}{2} < x < \frac{m+n}{2} \quad (2)$$

از تساوی جواب‌های (۱) و (۲) داریم:

$$(1) = (2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{m-n}{2} = -1 \Rightarrow m-n = -2 \\ \frac{m+n}{2} = 2 \Rightarrow m+n = 4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} 2m = 2 \Rightarrow m = 1$$

$$m+n = 4 \xrightarrow{m=1} n = 3$$

$$m^2 + n^2 = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

بنابراین:

۲ ۵

$$\begin{cases} (1) \\ |x-2| \leq 3 < \frac{1}{2}x + |x| \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow |x-2| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x-2 \leq 3 \xrightarrow{+2} -1 \leq x \leq 5$$

$$(2) \Rightarrow \frac{1}{2}x + |x| > 3 \begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x + x > 3 \Rightarrow \frac{3}{2}x > 3 \Rightarrow x > 2 \\ x < 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x - x > 3 \Rightarrow -\frac{1}{2}x > 3 \Rightarrow x < -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0, x > 2 \Rightarrow x > 2 \\ x < 0, x < -6 \Rightarrow x < -6 \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع}} \{x < -6\} \cup \{x > 2\}$$

بنابراین از اشتراک جواب‌های (۱) و (۲) داریم:

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 2 < x \leq 5$$

۱ ۶

$$\left| \frac{x+2}{1-2x} \right| > 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{1-2x} > 1 \Rightarrow \frac{x+2}{1-2x} - 1 > 0 \\ \frac{x+2}{1-2x} < -1 \Rightarrow \frac{x+2}{1-2x} + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+2-(1-2x)}{1-2x} > 0 \Rightarrow \frac{3x+1}{1-2x} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \frac{-1}{3} < x < \frac{1}{2} \quad (1) \\ \frac{x+2+(1-2x)}{1-2x} < 0 \Rightarrow \frac{-x+3}{1-2x} < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \frac{1}{2} < x < 3 \quad (2) \end{cases}$$

از اجتماع جواب‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\text{مجموعه جواب} = \left(-\frac{1}{3}, 3\right) - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

در بین گزینه‌ها فقط گزینه (۱) در این مجموعه جواب صدق می‌کند.

ریاضیات

۳ ۱

$$f(x) > 2/5 \Rightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5 > \frac{2}{5}$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} x^2 - 4x - 10 < -5 \Rightarrow x^2 - 4x - 10 + 5 < 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \Rightarrow (x+1)(x-5) < 0$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < x < 5$$

کم‌ترین مقدار $(a \times b)$ زمانی است که a و b هم‌علامت نباشند و از نظر عددی حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار باشد:

$$a \times b = -1 \times 5 = -5$$

۲ ۲

$$p(x) = 2tx^2 + (2+t^2)x + t$$

 $P(x)$ به ازای همه مقادیر x نامنفی است، یعنی همواره $p(x) \geq 0$ می‌باشد.بنابراین باید $\Delta \leq 0$ و $a > 0$ باشد:

$$\begin{cases} \Delta \leq 0 \Rightarrow (2+t^2)^2 - 4(2t)(t) \leq 0 \\ a > 0 \Rightarrow 2t > 0 \Rightarrow t > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 + t^4 + 4t^2 - 8t^2 \leq 0 \Rightarrow t^4 - 4t^2 + 4 \leq 0 \\ t > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (t^2 - 2)^2 \leq 0 \Rightarrow (t^2 - 2) = 0 \Rightarrow t = \pm\sqrt{2} \\ t > 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} t = \sqrt{2} \Rightarrow t \text{ فقط یک مقدار می‌تواند اختیار کند.}$$

۳ ۳

$$\frac{-x^2 + x}{x^2 - 1} < 1 \xrightarrow{x \neq 1} \frac{-x(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} < 1$$

$$\Rightarrow \frac{-x}{x^2+x+1} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{-x-x^2-x-1}{x^2+x+1} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2-2x-1}{x^2+x+1} < 0 \xrightarrow{\times(-1)} \frac{x^2+2x+1}{x^2+x+1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^2}{x^2+x+1} > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c} x & -1 & \\ \hline (x+1)^2 & + & + \\ \hline x^2+x+1 & + & + \\ \hline \Delta < 0, a > 0 & \text{کسر} & + & + \end{array}$$

بنابراین مجموعه جواب برابر با $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ است. یعنی جواب شامل دو عدد

صحیح نیست.



ریاضیات | ۵

$$\frac{x(-1)}{x+1} \rightarrow \frac{4x+3}{x+1} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \{x < -1\} \cup \{x > -\frac{3}{4}\} (**)$$

از اشتراک جواب‌های (*) و (**) داریم:

$$-\frac{3}{4} < x \leq 0$$

اولاً $x \neq 0$ است، پس دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم: **۱۲ ۲**

$$1) x > 0: y = 1 - \frac{x}{|x|} = 1 - \frac{x}{x} = 1 - 1 = 0$$

$$2) x < 0: y = 1 - \frac{x}{|x|} = 1 - \frac{x}{-x} = 1 + 1 = 2$$

بنابراین برد تابع $\{0, 2\}$ است.

۱۳ ۲

$$f(x) = 2x(1-x) \begin{cases} f(x+1) = 2(x+1)(1-(x+1)) \\ f(x-1) = 2(x-1)(1-(x-1)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x+1) = 2(x+1)(-x) = -2x(x+1) = -2x^2 - 2x \\ f(x-1) = 2(x-1)(2-x) = 2(2x - x^2 - 2 + x) = -2x^2 + 6x - 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x+1) - f(x-1) = -2x^2 - 2x + 2x^2 - 6x + 4 = -8x + 4$$

۱۴ ۴ روش اول: از تغییر متغیر $x-2=t$ داریم:

$$x-2=t \Rightarrow x=t+2 \quad (*)$$

$$f(x-2) = x^2 + 5x - 6 \xrightarrow{(*)} f(t) = (t+2)^2 + 5(t+2) - 6$$

$$\Rightarrow f(t) = t^2 + 4t + 4 + 5t + 10 - 6$$

$$\Rightarrow f(t) = t^2 + 9t + 8$$

$$\Rightarrow f(1-x) = (1-x)^2 + 9(1-x) + 8 = x^2 - 2x + 1 + 9 - 9x + 8$$

$$\Rightarrow f(1-x) = x^2 - 11x + 18$$

روش دوم: با تغییر x به $(-x+3)$ داریم:

$$f(x-2) = x^2 + 5x - 6 \xrightarrow{\text{به جای } x \text{ قرار می‌دهیم}} f(-x+3-2)$$

$$= (-x+3)^2 + 5(-x+3) - 6$$

$$\Rightarrow f(-x+1) = x^2 - 6x + 9 - 5x + 15 - 6$$

$$\Rightarrow f(1-x) = x^2 - 11x + 18$$

۱۵ ۳ نقطه $(2, -1)$ در هر دو ضابطه f و g صدق می‌کند:

$$f(x) = \frac{x-m}{x+1} \xrightarrow{f(2)=-1} -1 = \frac{2-m}{2+1} \Rightarrow 2-m = -3$$

$$\Rightarrow m = 2+3 = 5$$

$$g(x) = x^2 + nx + 2 \xrightarrow{g(2)=-1} -1 = 2^2 + 2n + 2 \Rightarrow 2n + 6 = -1$$

$$\Rightarrow 2n = -7 \Rightarrow n = \frac{-7}{2} = -3.5$$

$$m+n = 5 + (-3.5) = 1.5$$

بنابراین:

از (-1) دو فلش خارج شده است، پس باید دو مقدار متناظر

$$a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

با هم برابر باشد:

و در نتیجه داریم:

$$a = 1: \begin{matrix} 1 & \rightarrow & b^2+1 \\ -1 & \rightarrow & 0 \\ 1 & \rightarrow & 1 \end{matrix} \Rightarrow b^2+1=1 \Rightarrow b^2=0 \Rightarrow b=0$$

$$a = -1: \begin{matrix} -1 & \rightarrow & b^2+1 \\ -1 & \rightarrow & 0 \\ 1 & \rightarrow & 1 \end{matrix} \Rightarrow b^2+1=0 \Rightarrow b^2=-1 \text{ (غیق)}$$

۸ ۳ بین $(1, 1)$ و $(1, 4)$ یک نقطه را حذف می‌کنیم.

بین $(2, 1)$ و $(2, 4)$ و $(2, 2)$ نیز دو نقطه را حذف می‌کنیم.

بنابراین حداقل $1+2=3$ نقطه را باید حذف کنیم.

۹ ۳ بررسی گزاره‌ها:

الف) $xy=1 \Rightarrow y=\frac{1}{x} \Rightarrow$ به ازای هر x یک y داریم ✓

$$\text{ب) } \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy} = 2 \Rightarrow x^2+y^2 = 2xy$$

$$\Rightarrow x^2+y^2-2xy=0 \Rightarrow (x-y)^2=0 \Rightarrow x-y=0$$

✓ به ازای هر x یک y داریم. $\Rightarrow y=x$

$$\text{ج) } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \Rightarrow \sqrt{y} = 1 - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان } 2} y = (1 - \sqrt{x})^2$$

بنابراین به ازای هر $(x > 0)$ یک y به دست می‌آید.

$$\text{د) } |x| + |y| = 1 \xrightarrow{x=0} 0 + |y| = 1 \Rightarrow |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \Rightarrow 2 \text{ مقدار} \quad *$$

$$\text{ه) } y^2 - 2y + x^2 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 + x^2 = 1 \Rightarrow (y-1)^2 + x^2 = 1$$

$$\xrightarrow{x=0} (y-1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} y-1=1 \Rightarrow y=2 \\ y-1=-1 \Rightarrow y=0 \end{cases} \Rightarrow 2 \text{ مقدار} \quad *$$

۱۰ ۴ باید زیر رادیکال نامنفی باشد:

$$xf(x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0, f(x) \geq 0 \xrightarrow{\text{نمودار}} (0, 2] \quad (1) \\ x \leq 0, f(x) \leq 0 \xrightarrow{\text{نمودار}} (-\infty, -3] \quad (2) \end{cases}$$

از اجتماع (۱) و (۲) داریم: دامنه $= (-\infty, -3] \cup (0, 2]$

۱۱ ۱

$$3 \leq f(x) < 6 \Rightarrow 3 \leq \frac{2x+3}{x+1} < 6$$

$$(1) \Rightarrow \frac{2x+3}{x+1} - 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{2x+3-3(x+1)}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x}{x+1} \geq 0$$

$$\xrightarrow{x(-1)} \frac{x}{x+1} \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < x \leq 0 \quad (*)$$

$$(2) \Rightarrow \frac{2x+3}{x+1} - 6 < 0 \Rightarrow \frac{2x+3-6(x+1)}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{-4x-3}{x+1} < 0$$



$$\Rightarrow S = \frac{|k| \times \frac{-k}{2}}{2} = 6 \xrightarrow{k > 0} S = \frac{k \times k}{2} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{k^2}{4} = 6 \Rightarrow k^2 = 24 \xrightarrow{k > 0} k = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

تلاقی با محور Xها: $x = -\frac{k}{2} = -\frac{2\sqrt{6}}{2} = -\sqrt{6}$

۱ ۲۰

دامنه $[-1, 4)$
بردار $(\frac{1}{2}, 3]$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(4) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(x) = ax + b \begin{cases} f(-1) = 3 \rightarrow a(-1) + b = 3 \Rightarrow b - a = 3 \quad (1) \\ f(4) = \frac{1}{2} \rightarrow a(4) + b = \frac{1}{2} \Rightarrow 4a + b = \frac{1}{2} \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} \Delta a = \frac{1}{2} - 3 \Rightarrow \Delta a = \frac{1-6}{2} \Rightarrow \Delta a = -\frac{5}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$b - a = 3 \xrightarrow{a = -\frac{1}{2}} b + \frac{1}{2} = 3$$

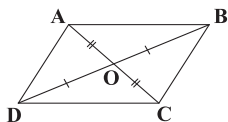
$$\Rightarrow b = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \xrightarrow{x=0} f(0) = \frac{5}{2}$$

هر متوازی‌الاضلاع چهارضلعی است که قطرهایش منصف

۳ ۲۱

یکدیگرند.



$$\begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \\ \hat{O} = \hat{O} \text{ متقابل به رأس} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta OAB \cong \Delta OCD \\ \Delta OAD \cong \Delta OBC \end{cases}$$

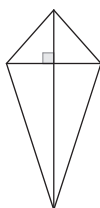
$$\Rightarrow \begin{cases} AB = CD \\ AD = BC \end{cases} \Rightarrow \text{ABCD متوازی‌الاضلاع است.}$$

۴ ۲۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) دوزنقه متساوی‌الساقین هم دو قطر مساوی دارد.

(۲) در لوزی هم قطرهایش نیمساز زوایا است، اما لزوماً زوایا ۹۰° نیست.

(۳) کایت و لوزی هم قطرهایش برهم عمود است، اما مربع نیست.



ابتدا ضابطه تابع g را می‌یابیم:

$$g(x) = ax + b \begin{cases} g(3) = 0 \rightarrow 0 = 3a + b \\ g(0) = -3 \rightarrow -3 = 0 + b \Rightarrow b = -3 \end{cases} \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$g(x) = x - 3 \xrightarrow{x=-2} g(-2) = -2 - 3 = -5 \quad (1)$$

پس برای $x < 0$ ، نمودار تابع f از نقاط $(0, 2)$ و $(-2, -5)$ می‌گذرد:

$$x < 0: f(x) = mx + n \begin{cases} (0, 2) \rightarrow n = 2 \\ (-2, -5) \rightarrow -5 = -2m + n \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2m = n + 5 \xrightarrow{n=2} 2m = 7 \Rightarrow m = 3/2$$

$$\Rightarrow f(x) = 3/2x + 2 \xrightarrow{x=-1} f(-1) = -3/2 + 2 = -1/2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow f(-1) - g(-2) = -1/2 + 5 = 9/2$$

با یک تابع خطی مواجه‌ایم که شیب آن برابر با $(-5, 0)$ است:

۱ ۱۷

$$f(x) = -5x + n \xrightarrow{f(0)=2000} n = 2000$$

$$\Rightarrow f(x) = -5x + 2000$$

حال برای آن‌که ببینیم پس از چه مدت آبی در ظرف نخواهد بود، باید معادله $f(x) = 0$ را حل کنیم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow -5x + 2000 = 0 \Rightarrow 5x = 2000 \Rightarrow x = \frac{2000}{5} = 400$$

یعنی پس از ۴۰۰ دقیقه یا $\frac{400}{60} = \frac{20}{3}$ ساعت آبی در ظرف نخواهد بود.

۱ ۱۸

$$f(x-2) + f(x+2) = 3 \xrightarrow{x=2} f(0) + f(4) = 3$$

$$\Rightarrow f(0) + f(4) = 3 \xrightarrow{f(0)=1} 1 + f(4) = 3 \Rightarrow f(4) = 2$$

$$\begin{cases} f(0) = 1 \Rightarrow (0, 1) \\ f(4) = 2 \Rightarrow (4, 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2-1}{4-0} = \frac{1}{4} \\ n = 1 \end{cases}$$

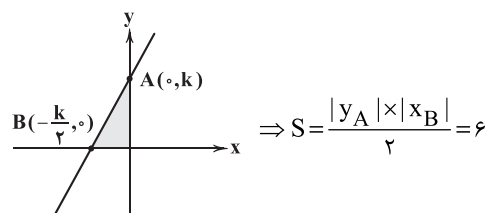
$$\xrightarrow{f(x)=mx+n} f(x) = \frac{1}{4}x + 1 \xrightarrow{x=1} f(1) = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

۲ ۱۹ باید محل تلاقی نمودار f در محورهای مختصات را بیابیم:

$$y = 2x + k$$

$$\xrightarrow{x=0} y = 2(0) + k \Rightarrow y = k \Rightarrow A(0, k): \text{تقاطع با محور yها}$$

$$\xrightarrow{y=0} 0 = 2x + k \Rightarrow x = -\frac{k}{2} \Rightarrow B(-\frac{k}{2}, 0): \text{تقاطع با محور xها}$$





ریاضیات | ۷

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \Delta KNC \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \begin{cases} KN = KC = x \\ \hat{NKC} = 3^\circ \end{cases}$$

$$\text{محیط } AMNK = 22 \Rightarrow 2(a+x) = 22 \Rightarrow a+x = 11 \quad (*)$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه AHK، $\hat{A} = 3^\circ$ پس ضلع روبه روی آن نصف وتر است:

$$KH = \frac{1}{2} AK = \frac{a}{2} \Rightarrow S_{AMNK} = KH \times AM = \frac{a}{2} \times x = \frac{ax}{2} = 12$$

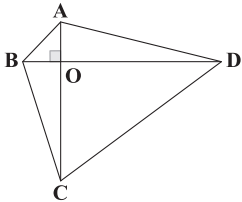
$$\Rightarrow ax = 24 \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*) \text{ و } (**)} a = 3 \text{ و } x = 8$$

ارتفاع NH' از ΔKNC را رسم می‌کنیم، داریم:

$$NH' = \frac{1}{2} KN = \frac{x}{2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow S_{\Delta KNC} = \frac{1}{2} NH' \times KC = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

۲۶ | ۴



$$S_{ABCD} = \frac{AC \times BD}{2} = 30 \xrightarrow{BD=10} 10 \cdot AC = 60$$

$$\Rightarrow AC = \frac{60}{10} = 6$$

از طرفی در دو مثلث ABD و BCD، قاعده BD مشترک است، پس نسبت ارتفاع‌ها با نسبت مساحت‌ها برابر است:

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{OA}{OC} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{S_{\Delta ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{OA}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{OA}{6} \Rightarrow OA = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

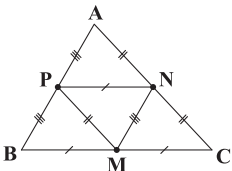
$$OC = AC - OA = 6 - 1.5 = 4.5 \quad \text{و بنابراین داریم:}$$

$$OC - OA = 4.5 - 1.5 = 3 \quad \text{و در نتیجه:}$$

۲۷ | ۲

M، N و P وسط اضلاع مثلث است، پس بنا به حالت (ض ض ض) چهار مثلث کوچک ایجاد شده با هم هم‌نهشت و هم‌مساحت می‌باشند، پس داریم:

$$S_{\Delta ABC} = 4 S_{\Delta MNP} = 4 \times 2 = 8$$



$$n + \frac{n(n-3)}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\overbrace{(2n-2)}^{(n-1)}(2n-2-2)}{2}$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2n + n(n-3) = (n-1)(2n-4)$$

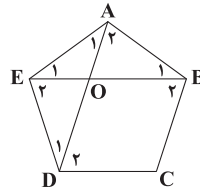
$$\Rightarrow 2n + n^2 - 3n = 2n^2 - 4n + 4$$

$$\Rightarrow n^2 - n = 2n^2 - 4n + 4$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 4n + 4 - n^2 + n = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 6n + 4 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} n = 1 \text{ ق ق} \\ n = 5 \text{ (✓)} \end{cases}$$

۲۴ | ۳



$$\text{هر زاویه داخلی } 5 = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$$

$$\Delta AED: AE = DE \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\hat{E}_1 = \hat{B}_1 = 36^\circ$$

به‌طور مشابه:

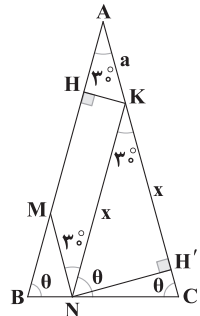
بنابراین:

$$\begin{cases} \hat{B}_7 = \hat{D}_7 = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ \\ \hat{C} = 108^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{O} = 36^\circ - (72^\circ + 72^\circ + 108^\circ) = 108^\circ$$

پس در چهارضلعی OBCD، زوایای روبه‌رو مساوی و زوایای مجاور مکمل هستند، پس OBCD یک متوازی‌الاضلاع است که اضلاع آن با هم برابرند (BC = CD). در نتیجه OBCD یک لوزی می‌باشد.

$$\text{اگر } AK = a \text{ و } KC = x \text{ در نظر بگیریم، داریم:} \quad ۲۵ | ۳$$



$$\Delta ABC \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \theta \quad (1)$$

$$AB \parallel NK \text{ و } BC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{KNC} = \hat{B} = \theta \quad (2)$$

از طرفی ارتفاع h برابر است با:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{40} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{40} \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

$$E_1 = 4 \times 10 \times 20 = 800 \text{ J}$$

بنابراین:

انرژی مکانیکی جسم در نقطه (۲) برابر است با:

$$E_2 = E_1 - \frac{2}{10} E_1 \Rightarrow E_2 = 800 - \frac{2}{10} \times 800 = 640 \text{ J}$$

با جای‌گذاری مقادیر انرژی مکانیکی در رابطه اتلافی داریم:

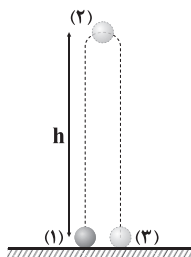
دقت کنید: نیروهای اتلافی در این جا مقاومت هوا و اصطکاک می‌باشند.

$$E_2 - E_1 = W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{مقاومت هوا}}$$

$$W_{\text{اصطکاک}} = -fd \rightarrow 640 - 800 = (-1 \times 40) + W_{\text{مقاومت هوا}}$$

$$\Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -120 \text{ J}$$

مسیر حرکت گلوله مطابق شکل زیر است:



$$W_{\text{مقاومت هوا}} = -4h \quad (*)$$

طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

دقت کنید: نیروی مقاومت هوا جزو نیروهای اتلافی می‌باشد، پس کار آن منفی می‌باشد.

اگر مبدأ پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیریم، طبق قضیه کار و انرژی درونی بین دو نقطه (۱) و (۲) داریم:

$$E_2 - E_1 = W_{\text{مقاومت هوا}}$$

$$\Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = W_{\text{مقاومت هوا}}$$

$$\xrightarrow{(*)} mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = -4h$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 2 \times (30)^2 = -4h \Rightarrow 24h = 900 \Rightarrow h = 37.5 \text{ m}$$

حال بین دو نقطه (۲) و (۳) داریم:

$$E_3 - E_2 = -4h \Rightarrow (U_3 + K_3) - (U_2 + K_2) = -4h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_3^2 - mgh = -4h$$

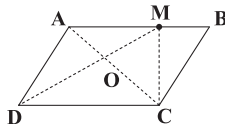
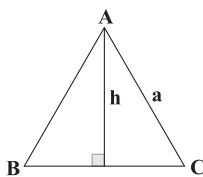
$$\xrightarrow{h=37.5 \text{ m}} \frac{1}{2} \times 2 \times v_3^2 - 2 \times 10 \times 37.5 = -4 \times 37.5$$

$$\Rightarrow v_3^2 = 600 \Rightarrow v_3 = 10\sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نقاط A و M روی AB قرار دارد و CD موازی است. ۴ ۲۸

پس ارتفاع مثلث‌های ACD و MCD برابر است و چون قاعده آن‌ها نیز مشترک است (CD = CD) در نتیجه:

$$S_{\Delta ACD} = S_{\Delta MCD} \xrightarrow{-S_{\Delta OCD}} S_{\Delta OAD} = S_{\Delta OMC} \quad (\checkmark)$$

اولاً در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a داریم: ۱ ۲۹

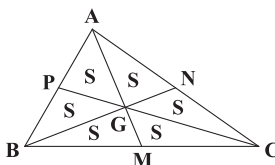
$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 6\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = \frac{4 \times 6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 24 \Rightarrow a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{6} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

و بنابراین:

از طرفی می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع مثلث برابر با ارتفاع مثلث یعنی $h = 3\sqrt{2}$ است.هر میانه مثلث را به دو مثلث با مساحت‌های برابر تقسیم می‌کند، ۳ ۳۰

پس ۳ میانه مثلث را به ۶ مثلث با مساحت‌های مساوی تقسیم می‌کند:



$$S_{\Delta APGN} = 12 \Rightarrow 2S = 12 \Rightarrow S = 6$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = 6S = 6 \times 6 = 36$$

فیزیک

عبارت‌های «الف»، «ب» و «د» صحیح هستند. ۳ ۳۱

بررسی عبارت نادرست:

(ج) دلیل استفاده از آب در رادیاتور خودرو بالا بودن ظرفیت گرمایی ویژه آب است.

جسم از نقطه (۱) رها شده است، پس تندی اولیه‌اش صفر ۱ ۳۲

می‌باشد. در نتیجه انرژی مکانیکی اولیه گلوله برابر است با:

$$E_1 = K_1 + U_1 \xrightarrow{v_1=0 \Rightarrow K_1=0} E_1 = U_1 \Rightarrow E_1 = mgh$$



با توجه به رابطه بین تغییرات دما در مقیاس فارنهایت و تغییرات دما در مقیاس سلسیوس داریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow (158 - 68) = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 90 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ \text{C}$$

درصد تغییرات دما در مقیاس سلسیوس برابر است با:

$$\frac{\Delta \theta}{\theta_1} \times 100 = \frac{50}{20} \times 100 = 250\%$$

با توجه به رابطه داده شده، تغییرات دمای جسم در مقیاس فارنهایت برابر است با:

$$\begin{cases} F_2 = \frac{x_2}{4} + 22 \\ F_1 = \frac{x_1}{4} + 22 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_2 - F_1 = \left(\frac{x_2}{4} + 22\right) - \left(\frac{x_1}{4} + 22\right)$$

$$\Rightarrow F_2 - F_1 = \frac{x_2}{4} - \frac{x_1}{4}$$

$$\Rightarrow \Delta F = \frac{\Delta x}{4} \Rightarrow \Delta F = \frac{36}{4} = 9^\circ \text{F}$$

تغییرات دمای این جسم در مقیاس سلسیوس برابر است با:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 9 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 5^\circ \text{C}$$

$$\Delta T = \Delta \theta \Rightarrow \Delta T = 5\text{K}$$

بنابراین:

ضرب انبساط طولی میله A بیشتر از میله B است، پس

قطعاً در ابتدا طول میله B، ۱cm بیشتر از میله A بوده است و با افزایش دما، طول میله A نسبت به میله B بیشتر افزایش می‌یابد و اختلاف طول را جبران می‌کند، بنابراین:

$$L_{1A} = L_{1B} - 1 = 56 - 1 = 55\text{cm}$$

$$L_{2A} = L_{1A} (1 + \alpha_A \Delta T)$$

$$L_{2B} = L_{1B} (1 + \alpha_B \Delta T)$$

$$\Rightarrow L_{2A} = L_{2B} \Rightarrow L_{1A} (1 + \alpha_A \Delta T) = L_{1B} (1 + \alpha_B \Delta T)$$

$$\Rightarrow \frac{55}{100} \times (1 + 4 \times 10^{-4} \times \Delta T) = \frac{56}{100} \times (1 + 5 \times 10^{-5} \times \Delta T)$$

$$\Rightarrow \Delta T = 52\text{K}$$

با توجه به رابطه انبساط سطحی و انبساط طولی داریم:

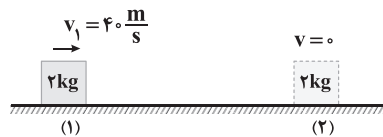
$$\begin{cases} \frac{\Delta A}{A} = 2\alpha \Delta \theta \\ \frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta \theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = 2 \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \frac{0.2}{100} = 2 \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{0.1}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L}{L} \times 100 = \frac{0.1}{100} \times 100 = 0.1\%$$

بنابراین شعاع این ورقه فلزی ۰/۱ درصد افزایش می‌یابد.

اگر مدت زمان حرکت گلوله را t در نظر بگیریم، داریم:



$$W_{\text{مقاومت هوا}} = -\Delta t$$

$$W_{\text{اصطکاک}} = 3 W_{\text{مقاومت هوا}} \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = 3 \times (-\Delta t) = -15\Delta t$$

با توجه به قضیه کار و انرژی درونی داریم:

$$E_2 - E_1 = W_{\text{مقاومت هوا}} + W_{\text{اصطکاک}}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} m v_1^2 = -\Delta t - 15\Delta t \Rightarrow -\frac{1}{2} \times 2 \times (40)^2 = -20\Delta t \Rightarrow \Delta t = 40\text{s}$$

کار کل انجام شده روی اتاقک بالابر (شامل کار نیروی وزن و کار

نیروی موتور بالابر) برابر تغییر انرژی جنبشی آن است، بنابراین:

$$W_{\text{موتور}} + W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{موتور}} - mgh = 0 - 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = +mgh \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 4000 \times 10 \times 9 = 36000\text{J}$$

با توجه به رابطه توان متوسط موتور بالابر داریم:

$$P_{\text{av}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} \Rightarrow 3000 = \frac{36000}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 12\text{s}$$

جرم کلی آبی که توسط پمپ باید از چاه به مخزن منتقل شود،

تا مخزن از آب پر شود، برابر است با:

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow 1000 = \frac{m}{5} \Rightarrow m = 5000\text{kg}$$

کار کلی که روی آب انجام می‌شود، برابر با تغییرات انرژی جنبشی آب است، بنابراین:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} - 5000 \times 10 \times 10 = \frac{1}{2} \times 5000 \times 2^2 - 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 510000\text{J} \quad (*)$$

با توجه به رابطه بازده داریم:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{185}{100} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{4000}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 3400\text{W}$$

$$W_{\text{خروجی پمپ}} = P_{\text{خروجی}} \Delta t \Rightarrow W_{\text{خروجی پمپ}} = 3400 \Delta t$$

$$\xrightarrow{(*)} 3400 \Delta t = 510000 \Rightarrow \Delta t = 150\text{s}$$

دمای اولیه جسم بر حسب درجه سلسیوس برابر است با:

$$F_1 = \frac{9}{5} \theta_1 + 22 \Rightarrow 68 = \frac{9}{5} \theta_1 + 22 \Rightarrow \theta_1 = 20^\circ \text{C}$$



مجموع جرم آب و گلوله برابر ۱۲kg است، بنابراین:

$$m_1 + m_2 = 12 \text{ kg} \xrightarrow{m_1 = 2m_2} 2m_2 + m_2 = 12 \text{ kg} \Rightarrow m_2 = 4 \text{ kg}$$

$$m_1 = 2m_2 \Rightarrow m_1 = 2 \times 4 = 8 \text{ kg}$$

در تغییر دما از -1°C تا 1°C داریم:

$$Q_1 = mc\Delta\theta_1 \Rightarrow 100 \times 10^3 = mc \times (10 - (-10))$$

$$\Rightarrow mc = 5 \times 10^3 \quad (*)$$

و برای افزایش دمای جسم از 10°C به 12°C داریم:

$$Q_2 = mc\Delta\theta_2 \xrightarrow{(*)} Q_2 = 5 \times 10^3 \times (12 - 10) = 10^4 \text{ J}$$

مجموع گرماهای داده شده به آب و گرماسنج برابر با کل گرمایی است که گرمکن تولید کرده است، بنابراین:

$$Q = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (C\Delta\theta)_{\text{گرماسنج}}$$

$$\Rightarrow Q = 4 \times 4200 \times 12 + 8200 \times 12 = 300000 \text{ J}$$

بنابراین توان گرمکن برابر است با:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{300000}{\frac{5}{60}} = 6240 \text{ W}$$

اتلاف انرژی نداریم، بنابراین:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow Q = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (C\Delta\theta)_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow \frac{400}{1000} \times 4200 \times (48 - 60) + C \times (48 - 40) = 0$$

$$\Rightarrow C = 2520 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$$

در حالت اول داریم:

$$Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{مایع A}} = 0 \Rightarrow 1 \times c_{\text{فلز}} \times (20 - 100) + 2c_A (20 - 10) = 0$$

$$\Rightarrow -80c_{\text{فلز}} + 20c_A = 0$$

$$\Rightarrow c_A = 4c_{\text{فلز}}$$

در حالت دوم داریم:

$$Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{مایع B}} = 0 \Rightarrow 1 \times c_{\text{فلز}} \times (40 - 100) + 1 \times c_B (40 - 10) = 0$$

$$\Rightarrow -60c_{\text{فلز}} + 30c_B = 0$$

$$\Rightarrow c_B = 2c_{\text{فلز}}$$

در ترکیب دو مایع A و B داریم:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow 4 \times c_A \times (\theta - 60) + 2c_B (\theta - 20) = 0$$

$$\xrightarrow{c_A = 4c_{\text{فلز}}, c_B = 2c_{\text{فلز}}}$$

$$4 \times 4c_{\text{فلز}} \times (\theta - 60) + 2 \times 2c_{\text{فلز}} \times (\theta - 20) = 0$$

$$\Rightarrow 16c_{\text{فلز}} \times (\theta - 60) = -4c_{\text{فلز}} \times (\theta - 20)$$

$$\Rightarrow 16\theta - 960 = -4\theta + 80 \Rightarrow 20\theta = 1040 \Rightarrow \theta = 52^\circ\text{C}$$

با توجه به رابطه انبساط طولی برای افزایش شعاع کره داریم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow 2 = R_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 10 \times \alpha \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \alpha \Delta\theta = \frac{2}{100} \quad (*)$$

با توجه به رابطه تغییرات چگالی برحسب افزایش دما داریم:

$$\rho_2 = \rho_1 (1 - \beta \Delta\theta) \Rightarrow \Delta\rho = -\rho_1 \beta \Delta\theta$$

$$\xrightarrow{\beta = 3\alpha} \Delta\rho = -\rho_1 3\alpha \Delta\theta$$

$$\xrightarrow{(*)} \Delta\rho = -\rho_1 \times 3 \times \frac{2}{100} \Rightarrow \Delta\rho = -\frac{6}{100} \rho_1$$

بنابراین درصد تغییرات چگالی کره برابر است با:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100 = -\frac{6}{100} \times 100 = -6\%$$

بنابراین چگالی کره ۶ درصد کاهش می‌یابد.

حجم جیوه بیرون ریخته شده از ظرف برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{162 \times 10^{-3}}{13500} = 1/2 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow V = 12 \text{ cm}^3$$

از طرفی حجم جیوه بیرون ریخته شده از ظرف برابر با اختلاف افزایش حجم جیوه و افزایش حجم ظرف می‌باشد، بنابراین:

$$V = (\beta - 3\alpha) V_1 \Delta\theta \Rightarrow 12 = (1/8 \times 10^{-4} - 3\alpha) \times 1000 \times 80$$

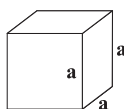
$$\Rightarrow \alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\Delta V_{\text{ظرف}}}{\Delta V_{\text{جیوه}}} = \frac{3\alpha \Delta\theta}{\beta \Delta\theta} = \frac{3 \times 10^{-5}}{1/8 \times 10^{-4}} = \frac{1}{6}$$

هر مکعب ۶ وجه دارد و مساحت هر وجه آن a^2 می‌باشد، پس

سطح جانبی این مکعب برابر $6a^2$ می‌باشد. در نتیجه با توجه به رابطه انبساط سطحی داریم:



$$\Delta A = A_1 2\alpha \Delta\theta \xrightarrow{A_1 = 6a^2} \Delta A = 6a^2 \times 2\alpha \Delta\theta = 12a^2 \alpha \Delta\theta$$

از آن جا که دمای گلوله بیشتر از آب بوده است، پس تغییرات دمای گلوله تا رسیدن به دمای تعادل، منفی و تغییرات دمای آب مثبت می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow m_1 \times 525 \times (-4\Delta\theta) + m_2 \times 420 \times (\Delta\theta) = 0$$

$$\Rightarrow -4m_1 \Delta\theta + m_2 \times 8 \times \Delta\theta = 0$$

$$\Rightarrow -4m_1 \Delta\theta = -m_2 \times 8 \times \Delta\theta \Rightarrow m_1 = 2m_2$$



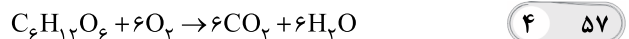
۵۶ ۲ در دمای ثابت، با افزایش حجم، فشار گازها کاهش می‌یابد.

(نمودار حجم برحسب فشار نزولی است.)

در حجم ثابت، با افزایش دما، فشار گازها افزایش می‌یابد (نمودار فشار برحسب دما صعودی است.)

در فشار و حجم ثابت، با افزایش شمار مول گازها دمای آن‌ها کاهش می‌یابد. (نمودار مول برحسب دما نزولی است.)

در دما و فشار ثابت با افزایش مول گازها، حجم گازها نیز افزایش می‌یابد (نمودار حجم برحسب مول صعودی است.)



بدن انسان در طول شبانه‌روز ۲/۵ مول گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) (۴۵۰g) مصرف می‌کند که طبق واکنش زیر برای مصرف این مقدار گلوکز در شرایط STP به ۳۳۶L اکسیژن نیاز است.

$$\frac{2}{5} \text{mol } C_6H_{12}O_6 \times \frac{6 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol } O_2} = 336 \text{ L } O_2$$

۵۸ ۴ بررسی عبارت‌هاک نادرست:

آ) در دمای ۲۷۳K و فشار ۱atm، حجم مولی گازها ۲۲/۴L است (نه بالعکس)

ب) در هر فرد بالغ به طور میانگین ۶ لیتر هوا در دقیقه وارد ریه‌ها می‌شود. توضیح عبارت (ت): برای مشخص کردن حجم یک گاز علاوه بر دما و فشار باید مقدار آن را نیز دانست.

۵۹ ۴ هر دو گاز در یک شرایط قرار دارند در نتیجه حجم مولی آن‌ها

یکسان است:

$$d_{O_2} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} \Rightarrow d_{O_2} = \frac{32 \text{ g}}{22.4 \text{ L}} = 1.43 \text{ g/L}$$

$$\Rightarrow 2/5 \frac{\text{g}}{\text{L}} = \frac{32}{\text{حجم مولی}} \Rightarrow \text{حجم مولی} = 12/8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$500 \text{ mol } N_2 \times \frac{12/8 \text{ L}}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} = 6/4 \text{ m}^3$$

۶۰ ۴ در شرایط یکسان دما و فشار، یک گرم از گازی حجم کم‌تری را

اشغال می‌کند که جرم مولی بیشتری دارد. گازهای حاصل از عناصر موجود در هر یک از گزینه‌ها در زیر آمده است:



جرم مولی اکسیژن از سایر گازها بیشتر است.

۶۱ ۱ فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

عبارت اول: الزاماً این‌گونه نیست.

عبارت دوم: با وجود لایه اوزون بخش کمی از پرتوهای فرابنفش به زمین می‌رسند.

عبارت چهارم: با وجود لایه پلاستیک شفاف دور گلخانه در بعضی اوقات دمای درون گلخانه کم‌تر و بعضی اوقات بیشتر از دمای بیرون است. (به شکل صفحه ۶۸ کتاب درسی مراجعه کنید.)

۴۹ ۴ گرمایی که صرف افزایش دمای آب شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = \frac{200}{1000} \times 4200 \times (100 - 20) = 67200 \text{ J}$$

با توجه به رابطه بازده داریم:

$$100 = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 \Rightarrow \frac{67200}{84000} \times 100 = 80\%$$

۵۰ ۱ با توجه به رابطه گرما برای دو جسم A و B داریم:

$$Q_A = C_A \Delta\theta_A \Rightarrow -8 \times 10^3 = C_A \times (60 - 80)$$

$$\Rightarrow C_A = \frac{8 \times 10^3}{20} = 4 \times 10^2 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$$

$$Q_B = C_B \Delta\theta_B \Rightarrow 8 \times 10^3 = C_B \times (60 - 20)$$

$$\Rightarrow C_B = \frac{8 \times 10^3}{40} = 2 \times 10^2 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$$

در نتیجه نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{4 \times 10^2}{2 \times 10^2} = 2$$

شیمی

۵۱ ۳ بررسی عبارت‌هاک نادرست:

ب) سوخت‌های سبز به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر (نه اتم‌های سازنده) تجزیه می‌شوند.

ت) استفاده از سوخت‌های سبز برخلاف استفاده از سوخت‌های فسیلی در جهت اهداف توسعه پایدار است.

۵۲ ۱ بررسی عبارت‌هاک نادرست:

ب) تهیه آمونیاک از مخلوط هیدروژن و نیتروژن در دمای اتاق حتی با وجود کاتالیزگر یا جرقه ممکن نیست.

پ) گاز کرین مونوکسید از سوختن گاز شهری در مقدار ناکافی اکسیژن تولید می‌شود.

ت) تهیه گاز نیتروژن مونوکسید از مخلوط نیتروژن و اکسیژن تنها در هنگام حضور رعد و برق ممکن است.

۵۳ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) قیمت تمام شده پلاستیک‌های سبز کم نیست.

(۲) نیتروژن واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

(۳) اکسیژن در حضور کاتالیزگر یا جرقه در دما و فشار اتاق با هیدروژن واکنش می‌دهد.

۵۴ ۴ همه عبارت‌های داده شده به درستی جمله مورد نظر را

تکمیل می‌کنند.

۵۵ ۲ گازهای موردنظر در گزینه‌ها در زیر آمده‌اند.

(آ) نیتروژن (N_2) (ب) اوزون (O_3)

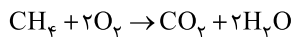
(پ) آمونیاک (NH_3) (ت) نیتروژن دی‌اکسید (NO_2)



پ) فشار گازها در دمای ثابت به شمار مول‌های آن‌ها بستگی دارد:

$$\frac{9/632 \times 10^{23} \text{ He اتم}}{6/02 \times 10^{23}} = 1/6 \text{ mol He} > 1/25 \text{ mol H}_2\text{O}$$

ت)



$$1/25 \text{ mol CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2, 2 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol CH}_4}$$

$$\times \frac{(1 \times 44 + 2 \times 18) \text{ g}}{1 \text{ mol CO}_2, 2 \text{ mol H}_2\text{O}} = 100 \text{ g}$$

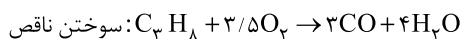
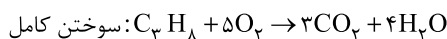
$$33/6 \text{ L CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22/4 \text{ L CO}_2} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 66 \text{ g}$$

$$9/632 \times 10^{23} \text{ He اتم} \times \frac{1 \text{ mol He}}{6/02 \times 10^{23} \text{ He اتم}} \times \frac{4 \text{ g He}}{1 \text{ mol He}} = 6/4 \text{ g}$$

$$\text{N}_2 : 8/4 \text{ g}$$

$$100 > 66 + 6/4 + 8/4$$

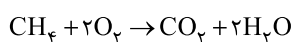
۲ ۶۶



$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \times 44 \text{ g C}_3\text{H}_8 \rightarrow (5 - 3/5) \times 22/4 \text{ L مصرفی O}_2 \\ 110 \text{ g C}_3\text{H}_8 \rightarrow ? \text{ L} = 84 \text{ L O}_2 \text{ مصرفی} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \times 44 \text{ g C}_3\text{H}_8 \rightarrow (4 + 4) \times 18 \text{ g H}_2\text{O} \text{ تولیدی} \\ 110 \text{ g C}_3\text{H}_8 \rightarrow 360 \text{ g H}_2\text{O} \text{ تولیدی} \end{array} \right.$$

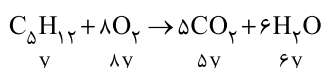
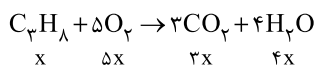
۱ ۶۷



$$1/25 \text{ mol CO}_2 \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol O}_2} = 112 \text{ L}$$

$$1/25 \text{ mol CO}_2 \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 3/01 \times 10^{24}$$

مقدار پروپان را X مول و مقدار پنتان را Y مول فرض می‌کنیم. ۲ ۶۸



$$\left\{ \begin{array}{l} 44x + 72y = 16 \\ 3x + 5y = 1/1 \end{array} \right. \Rightarrow x = 0/2, y = 0/1$$

$$\Rightarrow \text{مقدار O}_2 \text{ مصرفی: } 5x + 8y$$

$$= (5 \times 0/2 + 8 \times 0/1) \times 22/4 = 40/22 \text{ L}$$

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \quad \text{با توجه به رابطه } \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \text{ با دو برابر کردن دمای یک}$$

گاز موجود در یک پیستون متحرک (فشار ثابت) حجم آن نیز ۲ برابر می‌شود (۱۰۰٪ افزایش می‌یابد) ولی مول آن تغییری نمی‌کند.

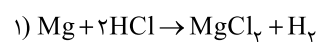
۱ ۶۳

$$\frac{2M}{M_2 O_2} = \frac{70}{100} \Rightarrow \frac{2M}{2M + (3 \times 16)} \Rightarrow M = 56 \Rightarrow M_2 O_2 = 160$$

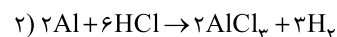
$$\frac{M}{MO} = \frac{77/77}{100} \Rightarrow \frac{M}{M + 16} = \frac{77/77}{100} \Rightarrow M = 56 \Rightarrow MO = 72$$

$$\Rightarrow \frac{M_2 O_2}{MO} = \frac{160}{72} = 2/22$$

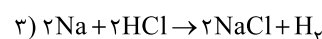
جرم هر نمونه را X گرم در نظر می‌گیریم: ۲ ۶۴



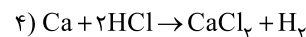
$$\frac{x \text{ g Mg}}{1 \times 24} = \frac{? \text{ mol H}_2}{1} \Rightarrow \frac{x}{24} \text{ mol H}_2$$



$$\frac{x \text{ g Al}}{2 \times 27} = \frac{? \text{ mol H}_2}{3} \Rightarrow \frac{x}{18} \text{ mol H}_2$$



$$\frac{x \text{ g Na}}{2 \times 23} = \frac{? \text{ mol H}_2}{1} \Rightarrow \frac{x}{46} \text{ mol H}_2$$



$$\frac{x \text{ g Ca}}{1 \times 40} = \frac{? \text{ mol H}_2}{1} \Rightarrow \frac{x}{40} \text{ mol H}_2$$

حجم گاز به دست آمده در واکنش گزینه (۲) از سایرین بیشتر است.

۴ ۶۵ همه مقایسه‌های داده شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

$$\text{جرم CH}_4 = 1/25 \text{ mol CH}_4 \times \frac{16 \text{ g CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} = 2 \text{ g}$$

$$\text{جرم N}_2 = 1/806 \times 10^{23} \text{ N}_2 \text{ مولکول} \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{6/02 \times 10^{23} \text{ N}_2 \text{ مولکول}} \quad (A)$$

$$\times \frac{28 \text{ g N}_2}{1 \text{ mol N}_2} = 8/4 \text{ g N}_2$$

$$1/25 \text{ mol CH}_4 \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ CH}_4 \text{ مولکول}}{1 \text{ mol CH}_4}$$

(ب)

$$\times \frac{5 \text{ اتم}}{\text{CH}_4 \text{ مولکول}} = 6/25 \text{ N}_A \text{ اتم}$$

$$33/6 \text{ L CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22/4 \text{ L CO}_2} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{3 \text{ اتم}}{\text{CO}_2 \text{ مولکول}} = 4/5 \text{ N}_A \text{ اتم}$$



۶۹ ۳

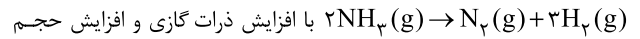
با افزایش شمار ذرات گازی در دما و فشار ثابت، حجم آن

افزایش می‌یابد.

با افزایش دمای گاز در فشار ثابت، حجم آن نیز افزایش می‌یابد.

با افزایش شمار وزنه‌های پیستون (اعمال نیروی خارجی) فشار افزایش و حجم

کاهش می‌یابد. تجزیه آمونیاک به گازهای سازنده



گازها همراه است.

۷۰ ۴

ابتدا شمار اتم‌ها در $2/5$ مول متان (CH_4) را محاسبه می‌کنیم:

$$2/5 \text{ mol CH}_4 \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{5 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول CH}_4}$$

$$= 75/25 \times 10^{23} \text{ اتم}$$

$$? \text{ L CO}_2 : 75/25 \times 10^{23} \text{ مولکول CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول CO}_2}$$

$$\times \frac{22/4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 28 \text{ L}$$